

# Métodos Matemáticos en Ciencias de la Computación

19 Septiembre 2002. Parte Teórica. 6 puntos

1. Dado un array binario de longitud  $n$  denotado por  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ , la función  $f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \prod_{j=1}^i x_j$  cuenta el número de unos consecutivos comenzando por su izquierda. Diseña un algoritmo genético (representación, función objetivo, operadores de cruce y mutación) para maximizar la función  $f(x)$ .
2. Por una carretera pasan vehículos siguiendo un proceso de Poisson con parámetro  $\lambda = 40$  vehículos por minuto. Teniendo esto en cuenta responde a los siguientes apartados:
  - Dibuja una figura que muestre las distintas familias de variables que aparecen en un proceso de conteo y explica las propiedades y características de cada una de ellas.
  - Expresa la fórmula, sin necesidad de realizar los cálculos, de la probabilidad de que hasta el minuto 5 hayan pasado como mucho 400 vehículos.
  - ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo entre el vehículo séptimo y el octavo se exceda en 3 minutos? ¿Cuándo esperamos que pase el vehículo 837?
  - Suponed que fuera de la carretera hay una persona viendo pasar los vehículos, la cual enciende un cigarro. Asumiendo que el tiempo que tarda en fumarse dicho cigarro está exponencialmente distribuido con media 4 minutos, y dado un momento aleatorio, ¿cuál es la probabilidad de que pase un vehículo antes de que acabe el cigarro?
  - Si cada vehículo que pasa es con probabilidad  $\frac{1}{4}$  una furgoneta y con probabilidad  $\frac{3}{4}$  un turismo, entonces:
    - Calcula la probabilidad de que pasen 80 furgonetas entre los minutos 5 y 10.
    - Si entre el paso de la quinta y sexta furgonetas han transcurrido 3 minutos, calcula la probabilidad con la que el tiempo entre la sexta y la séptima furgoneta sea mayor que 2 minutos.
3. Una variable aleatoria  $X$  sigue una distribución normal de parámetros  $\mu$  y  $\sigma$  si su función de densidad es de la forma siguiente:  $f_X(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$  con  $x, \mu \in \mathcal{R}, \sigma \in \mathcal{R}^+$ . A partir de una muestra de tamaño  $n$  se trata de obtener los estimadores máximo verosímiles para los parámetros  $\mu$  y  $\sigma$ .
4. Se quiere estudiar la independencia entre los resultados académicos que se han obtenido en dos asignaturas denotadas por  $X$  e  $Y$  respectivamente. Para ello se parte de los datos de 100 alumnos que están matriculados en ambas asignaturas y que se reflejan en la tabla adjunta. Efectuar el test de hipótesis anterior a un nivel de significación de  $\alpha = 0.05$ .
5. Con un ejemplo de tu invención en el que haya dos variables predictoras discretas explica la utilización del paradigma de clasificación supervisada denominado naïve-Bayes.

		$X$		
		no presentado	suspense	aprobado
	no presentado	16	3	1
$Y$	suspense	2	25	3
	aprobado	2	1	47

6. Aplicar con  $k = 2$ :

- El método de Forgy
- El método de Mac Queen

a los 8 casos bidimensionales de la tabla adjunta.

<i>Caso</i>	$X_1$	$X_2$
1	2	0
2	4	4
3	1	1
4	2	4
5	2	2
6	2	3
7	3	4
8	3	3