

# 1 Oinarriak

## 1.1 Oinarrizko kontzeptuak

Problema erreala ordenadoreen bidez ebazteko maila desberdinak: (1) Problema erreala, (2) Eredu matematikoa (problema matematikoa), (3) Ebazpen metodoa (teorikoa, ordenadorean nola inplementatuko den zehaztu gabe), (4) Algoritmoa.

Metodo zehatzak, eta metodo konbergenteak (Algoritmo finituak eta algoritmo infinituak). Adibideak. Errorea neurtzeko modu desberdinak: Errore absolutua, errore erlatiboa, zifra esanguratsu zehatzen kopurua. Errore iturriak: Datu-erroreak, trunkatze-erroreak, biribiltze-erroreak. Geratze-irizpideak, Errorearekiko tolerantzia. Adibideak.

## 1.2 Zenbakizko datuen adierazpena: Puntu higikorreko aritmetika

Puntu higikorreko zenbakiak (makina zenbakiak).  $Hg(b, d, m, M)$ , oinarria, zifra esanguratsua, doitasuna (zifra esanguratsuen kopurua), esponentea. Mozketa. Biribilketa ( $hg(x)$ ). Underflow eta overflow. Puntu higikorreko eragiketa aritmetikoen definizioa. Puntu higikorreko eragiketa aritmetikoen ohiko propietateak al dituzte? Elkartze-propietatea eta banagarritasun propietatea ez dutela ikusteko adibideak. Adierazpen errorearen (biribiltze-errore soilen) borneak. Puntu higikorreko aritmetikako doitasun erlatiboa (makina epsilon).

## 1.3 Konbergentzia-ordena. Aitken-en estrapolazioa

Konbergentzia lineala: Segida konbergenteen azkartasunaren konparaketa. Adibideak. Definizioa ( $k < 1$ ). Zenbakizko egiaztapena. Konbergentzia superlineala. Konbergentzia-koadratikoa. Zenbakizko egiaztapena. Konbergentzia-ordena. Zenbakizko egiaztapena. Aitken-en estrapolazioa: Adibide bat. Formulazio orokorra.

## 1.4 Erroreen hedapena

Datu-erroreen hedapena: Problemen baldintzapena. Gaizki baldintzatutako problema baten adibidea. Aldagai bakarreko funtzioen baldintzapena: baldintzapen-zenbakia. Adibideak. Eragiketa aritmetikoen baldintzapena: biderkaketa, zatiketa, batuketa (kenketa).

Biribiltze-erroreen hedapena: Biribiltze-errorearen hedapen txarraren adibideak. Algoritmoen egonkortasuna. Algoritmoen egonkortasunaren azterketa: Azpiproblema txikien baldintzapenaren azterketa. Eragiketa aritmetiko elementalen baldintzapenaren eta algoritmoen egonkortasunaren arteko erlazioa. Ezabapen-errorea. Adibideak.

## 2 Ekuazio ez-linealen ebazpena

### 2.1 Ebazpen-metodoak: Erdibitze-metodoa, Newton-Rapson-en metodoa, eta sekantearen metodoa

Sarrera: Robotaren besoaren adibidea. Funtzioen zeroen kokapena: Bolzano-ren teorema. Erdibitze-metodoa. Newton-en metodoa: Justifikazio geometrikoa. Formula iteratiboa. Adibidea (konbergentzia koadratikoaren egiaztapen esperimentalak). Sekantearen metodoa: Justifikazio geometrikoa. formula iteratiboa. Newton-Rapson-en metodoarekiko erlazioa. Adibidea, konbergentzia-ordenaren egiaztapen esperimentalak.

### 2.2 Puntu-finkoaren iterazioa

Newton-Rapson-en metodoa puntu finkoaren iterazio gisa. Definizioa: Puntu finkoa, puntu finkoaren iterazioa, iterazio-funtzioa. Puntu-finkoaren iterazioaren konbergentzia-ordena:  $g(x) = \cos(x)$  iterazio-funtzioaren adibidea. Konbergentzia-ordenaren azterketa teorikoa. Konbergentzia lokalaren teorema. Newton-Rapson-en metodoa: konbergentzia-ordenaren azterketa teorikoa. Adibideak. Zero anizkoitzen kasua.

### 2.3 Ekuazio ez-linealen sistemak

Bi dimentsioko sistematarako Newton-en metodoa. Adibidea.  $n$  dimentsiorako orokorpena. Bektore-normak. Geratze-irizpideak. Konbergentzia-ordena: Egiaztapen esperimentalak. Sasi-Newton metodoak.

## 3 Ekuazio linealen sistemak

### 3.1 Ebazpen metodo zuzenak

Definizioa. Adibideak. Idazkera matriziala. Terminologia: Kofiziente matrizea, bektore inpendienteak, matrizearen diagonal nagusia, matrize (goi eta behe) triangularrak, matrize diagonalak, identitate-matrizea, alderantzizko matrizea, matrize singularrak, matrize iraulia, matrize simetrikoak. desegokiak: 1) Cramer-en erregela, 2) alderantzizko matrizearen bidezkoa. Sistema trianguluarren ebazpena. Ezabapen Gaussiarraren metodoa. Konplexitate-ordenaren azterketa. Determinanteen kalkulua.

LU deskonposaketa. Kofiziente-matrize bera duten sistema desberdinen ebazpen eraginkorra. Alderantzizko matrizearen kalkulua.

### 3.2 Sistema linealen baldintzapena. Algoritmoaren egonkortasuna eta pibotatze teknikak

Gaizki baldintzatutako sistema linealaren adibidea. Bektore-normak eta matrize-normak. Matrize karratuen baldintzapen zenbakia. Adibideak.

Ezabapen Gaussiarraren algoritmoaren egonkortasunaren azterketa. L eta U matrizeen baldintzapen zenbakiaren bidezko interpretazioa. Pibotatze-partziala. Birfinketa iteratiboa.

### 3.3 Sistema lineal bakanen ebazpena

Metodo zuzenak: Egitura jakinik gabeko sistema linealen ebazpenerako birrordenatze teknikak.

Metodo iteratiboak: Jacobi-ren metodoa. Gauss-Seidel-en metodoa. Konbergentziarako baldintza nahikoa. Adibideak.

## 4 Interpolazioa

### 4.1 Polinomioen bidezko interpolazioa

Lagrange-ren interpolazioa: Motibazioa. Kofiziente indeterminatuen metodoa. Lagrange-ren adierazpidea. Interpolazio-errorea. Diferentzia finituak, Newton-en adierazpidea. Hermite-ren interpolazioa. Adibidea: Hermite-ren interpolazio kubikoa.

### 4.2 Zenbakizko deribazioa

Zenbakizko deribazioaren planteamendua ( $f(x) \approx p(x) \implies f'(x) \approx p'(x)$ ). Oinarrizko formulak: Diferentzia finitu progresiboaren eta diferentzia finitu zentralaren formulak. Deribazio-formulen funtsezko desegonkortasuna. Taylor-en seriearen bidezko deribazio-formulen analisisa.

### 4.3 Zatikako interpolazioa

Zatikako interpolazio polinomikoa. Zatikako Hermite-ren interpolazio kubikoa. Spline kubikoak.