

EJERCICIOS sobre λ -CÁLCULO

1. Da la *forma normal* de las siguientes λ -expresiones (las operaciones predefinidas $+$ y $-$ están escritas como operadores infijos):

$$(\lambda x. \lambda y. y-x) 4 5$$

$$(\lambda f. \lambda x. f x) (\lambda z. z+4) 7$$

2. Da todas las *secuencias de reducciones* que existen para obtener la forma normal de:

$$(\lambda f. \lambda z. f(f z)) (\lambda x. 1+x) 6$$

Descríbelas mediante un árbol y señala la rama que corresponde a la semántica operacional del λ -cálculo.

3. Dada la siguiente λ -expresión: $(\lambda x. \lambda y. x y (y+3)) (\lambda x. \lambda y. x*2+y) 5$

a) Redúcela paso a paso hasta su forma normal según la estrategia del *orden normal*.

b) Redúcela paso a paso hasta su forma normal según la estrategia del *orden aplicativo*.

c) Describe en Haskell un programa (script) y una entrada (expresión a evaluar) que se correspondan con la λ -expresión dada.

4. Comprueba que las siguientes expresiones no tienen forma normal:

$$(\lambda x. x x y) (\lambda x. x x y)$$

$$(\lambda x. x x x) (\lambda x. x x x)$$

5. Reduce (en orden normal) las siguientes expresiones. ¡Cuidado con la captura de nombre!

$$(\lambda x. x y) (\lambda x. x y)$$

$$(\lambda x. x) ((\lambda y. \lambda z. z) (\lambda x. x))$$

$$(\lambda f. \lambda x. f x) (\lambda g. g x) z$$

$$(\lambda f. \lambda g. g (\lambda v. f v)) (\lambda y. v y) (\lambda x. x)$$

6. Dadas siguientes definiciones de funciones (escritas en Haskell):

$$\text{prim } x y = x$$

$$\text{doble } x = x+x$$

$$\text{aplicar } f x = f x$$

a) Escribe las 3 funciones como λ -expresiones (en el λ -cálculo con constantes)

b) Da todos los pasos de evaluación en *orden normal* de la λ -expresión que se obtiene de traducir la siguiente expresión de Haskell: `aplicar doble (prim 3 5)`.

En cada paso señala los “redex” posibles y di cuál se reduce.