CÁLCULO

1º.- Sea:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\ln 3}{x+2} & x<-1\\ \dfrac{1}{x}\ln\left(\dfrac{2+x}{2-x}\right) & -1\le x<2\\ \operatorname{arctg}\left(\dfrac{5}{x-2}\right) & 2<x<7\end{cases}$$

Clasificar los puntos de discontinuidad.

2º.- Sea:

$$f(x)=\begin{cases}\cos 2x+x & x\ge 0\\ x+1 & x<0\end{cases}$$

Hallar $f^{(n}(x)$.

3º.- a) $u=x^{y^2}$; $v=\operatorname{arcsen}\sqrt{\dfrac{y}{x}}$. Hallar: $u_{xx}, u_{yy}, v_{yx}, v_{xy}$.

b) ¿En qué dirección la derivada de la función $u=4xy-y^2+3z^2$ es máxima en el punto P(1,1,1)? Hallarla.

4º.- Hallar: $\displaystyle\int_0^3 dx \int_{-\sqrt{9-x^2}}^{\sqrt{9-x^2}} \ln(1+x^2+y^2)\,dy$.

5º.- Invertir el orden de integración en: $\displaystyle\int_1^2 dx \int_{2-x}^{\sqrt{2x-x^2}} f(x,y)\,dy$.

6º.- Sea: $\displaystyle\iiint_V f(x,y,z)\,dx\,dy\,dz$, siendo V el recinto limitado por el plano z=3 y el cono $z=\sqrt{x^2+y^2}$.

a) Calcular los límites de integración en coordenadas cilíndricas.
b) Calcular los límites de integración en coordenadas esféricas.
c) Resolver la integral cuando $f(x,y,z)=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$.

Solución

1º.- El dominio de la función:

$$(-\infty,-2)\cup(-2,-1)\cup[-1,0)\cup(0,2)\cup(2,7)=$$
$$=(-\infty,-2)\cup(-2,0)\cup(0,2)\cup(2,7).$$

Puntos conflictivos: x=-2,-1,0,2 y 7.

x=-2, discontinuidad inevitable de 1ª especie con salto infinito.

x=-1, continua.

x=0, discontinuidad evitable.

x= 2, discontinuidad inevitable de 1ª especie con salto infinito.

x=7, discontinuidad inevitable de 2ª.

2º.- $f'(x)=\begin{cases} -2sen2x+1 & x>0 \\ 1 & x=0 \\ 1 & x<0 \end{cases}$

$$f''(x)=\begin{cases} -2.2cos2x & x>0 \\ 0 & x>0 \end{cases}$$

.

.

.

$$f^{(n}(x)=\begin{cases} 2^n cos(2x+n.\frac{\pi}{2}) & x>0 \\ 0 & x<0 \end{cases} \quad n\geq 2$$

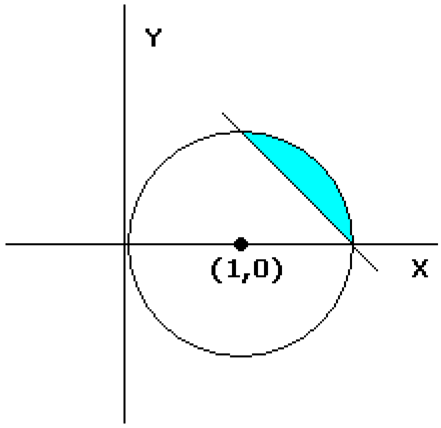
3º.- a)

$$u_x=y^2x^{y^2-1};u_{xx}=y^2(y^2-1)x^{y^2-2}.$$
$$u_y=x^{y^2}2ylnx;u_{yy}=x^{y^2}2lnx(1+2y^2lnx).$$
$$v_y=\frac{1}{2\sqrt{(x-y)y}};v_{yx}=-\frac{y}{4\sqrt{(xy-y^2)^3}}.$$
$$v_x=\frac{-y}{2x\sqrt{(x-y)y}};v_{xy}=-\frac{y}{4\sqrt{(xy-y^2)^3}}.$$

b) La derivada de la función es máxima en el punto P en la dirección del vector gradiente $4\vec{i}+2\vec{j}+6\vec{k}$ y vale $\sqrt{56}=2\sqrt{14}$.

4º.- $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\alpha \int_0^3 r\ln(1+r^2)\,dr = \pi(5\ln 10-\frac{9}{2})$ (unidades de volumen)

5º.- $\displaystyle\int_0^1 dy \int_{2-y}^{1+\sqrt{1-y^2}} f(x,y)\,dx$



6º.- a) $\displaystyle\int_0^{2\pi} d\alpha \int_0^3 r\,dr \int_{\sqrt{x^2+y^2}=r}^{3} f(r\cos\alpha, r\operatorname{sen}\alpha, z)\,dz.$

b) $\displaystyle\int_0^{2\pi} d\alpha \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} d\beta \int_0^{\frac{3}{\operatorname{sen}\beta}} f(r\cos\alpha\cos\beta, r\operatorname{sen}\alpha\cos\beta, r\operatorname{sen}\beta)\, r^2\cos\beta\,dr\,.$

c) $\displaystyle\int_0^{2\pi} d\alpha \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} d\beta \int_0^{\frac{3}{\operatorname{sen}\beta}} \sqrt{r^2}\, r^2\cos\beta\,dr = 2\pi \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{3^4\cos\beta}{4\operatorname{sen}^4\beta}\,d\beta = \frac{\pi}{2}\,3^3(2\sqrt{2}-1).$