# FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS I

**1º.-** Sea:

$$f(x)=\begin{cases} \operatorname{Ln}\left[x(3x-5)(2x-9)\right] & x<5 \\ \ln 50 & x=5 \\ e^{\frac{1}{x-5}} & x>5 \end{cases}$$

**a)** Hallar el dominio.

**b)** Estudiar y clasificar los puntos de discontinuidad.

**2º.-** Hallar: $$\lim_{x\to\frac{\pi}{3}} \frac{\operatorname{tg}(x-\frac{\pi}{3})\operatorname{sen}x}{\sqrt{3}\cos x-\operatorname{sen}x}.$$

**3º.-** Sea: $$y=2\operatorname{arctg}x+\operatorname{arcsen}\frac{2x}{x^2+1}+\frac{x^3}{3}-2x^2+3x+7.$$

Estudiar el crecimiento, máximos y mínimos de la función.

**4º.-** Calcular la derivada n-ésima de la función: y=ln(5+3x).

**1º.- a)** x(3x-5)(2x-9) > 0 pues es un logaritmo neperiano

$$\Rightarrow (-\infty,0)\cup(0,\frac{5}{3})\cup(\frac{5}{3},\frac{9}{2})\cup(\frac{9}{2},5)$$

- $\quad + \quad - \quad +$

Por tanto el dominio de la función es: $(0,\frac{5}{3})\cup(\frac{9}{2},\infty)$.

**b)** el punto $x=\frac{5}{3}$ es inevitable de 2ª especie, no existe el limite por la derecha.

El punto $x=\frac{9}{2}$ es inevitable de 2ª especie, no existe el limite por la izquierda.

En x=5, $f(5)=\ln 50$

$\lim\limits_{x\to 5^+} f(x)=e^{\infty}=\infty$, $\lim\limits_{x\to 5^-} f(x)=\ln 50 \Rightarrow$ x= 5 es un punto de discontinuidad inevitable de 1ª especie con salto infinito.

**2º.-** Aplicando infinitésimos equivalentes: $tg(x-\frac{\pi}{3})\approx(x-\frac{\pi}{3})$ cuando $x\to\frac{\pi}{3}$.

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{3}}\frac{(x-\frac{\pi}{3}).\operatorname{sen}x}{\sqrt{3}\cos x-\operatorname{sen}x}=\frac{0}{0}=L´Hôpital=\lim_{x\to\frac{\pi}{3}}\frac{\operatorname{sen}x+(x-\frac{\pi}{3})\cos x}{-\sqrt{3}\operatorname{sen}x-\cos x}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{3}{2}-\frac{1}{2}}=-\frac{\sqrt{3}}{4}.$$

**3º.-** $y'=\frac{3}{5+3x}=3(5+3x)^{-1}$ $\qquad y''=(-1)3\,3(5+3x)^{-2}$

$$y'''=(-1)(-2)3\,3\,3(5+3x)^{-3}\ldots\ldots\ldots\ldots y^{(n}=(-1)^{n+1}.3^n.(n-1)!(5+3x)^{-n}$$